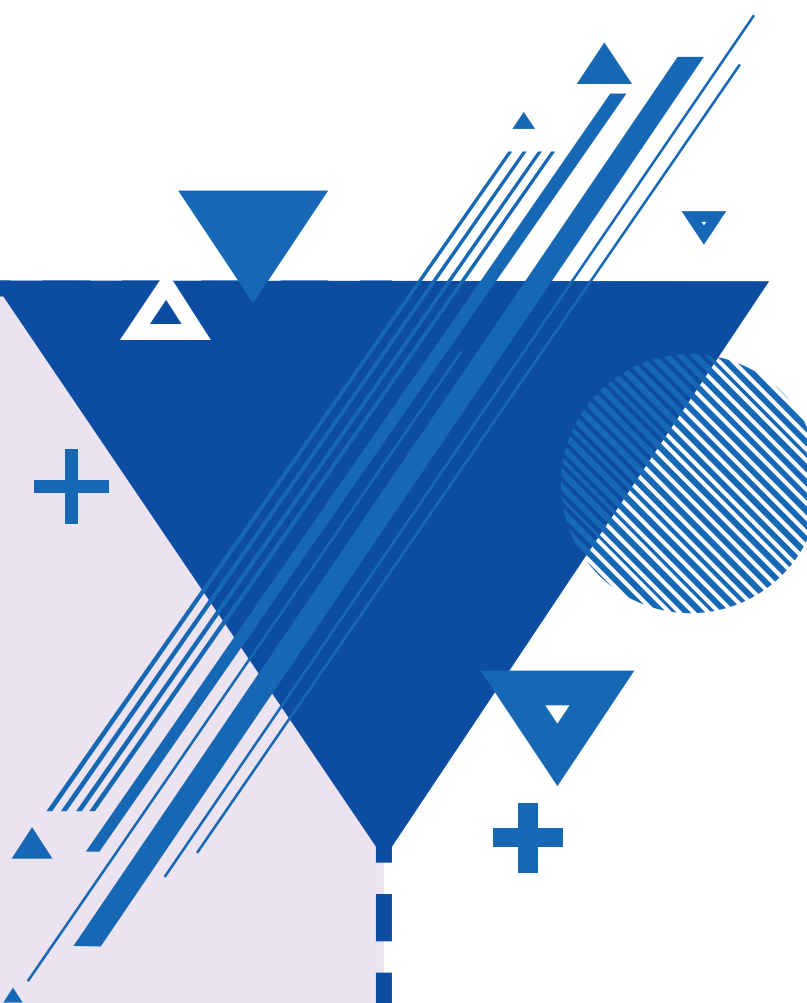




حلول الكتاب المدرسي

الوحدة الأولى

تمارين ومسائل (١-١)

السؤال	أ	ب	ج	د	هـ	و
رقم الإجابة	خطية بمتغيرين	خطية بمتغير	ليست خطية	خطية بمتغيرين	ليست خطية.	ليست خطية.

$28 = (3 - \text{س}) \cdot 7$ $\text{س} - 3 = 4$ $\text{س} + 3 = 4$ $\text{س} = 7$	$9 = 3 - \text{س} \quad (1)$ $\text{س} + 9 = 3$ $\text{س} = 12$ $\text{س} = 6$
$(4) \quad 3(5 - \text{س}) - 4 = (3 + \text{س})$ $3 - \text{س} - 4 = 15$ $3 + \text{س} = 15 + 1$ $4 = \text{س} + 16$ $\text{س} = 4$	$(3) \quad \text{س} - 4 = 2 - 6$ $\text{س} - 2 = -6 + 4$ $\text{س} = -2$ $\text{س} = 2$

$$\text{س} = 1,6$$

 إذن: طول أحمد = $\text{س} = 1,6$ متر.

 طول محمد = $\frac{3}{4} \text{ س} = \frac{3}{4} \times 1,6 = 1,2$ متر.

أفرض أن طول أحمد س متر

 طول محمد = $\frac{3}{4} \text{ س}$

 الفرق بين طوليها = $0,4$

$$\text{س} - \frac{3}{4} \text{ س} = 0,4$$

$$\frac{4}{4} \text{ س} - \frac{3}{4} \text{ س} = 0,4$$

$$\frac{1}{4} \text{ س} = 0,4$$

٤

أفرض أن عمر الابن = س سنة
 مجموع عمريهما = ٥٠
 س + ٤ = ٥٠
 ∴ س = $\frac{50}{5}$ = ١٠ سنوات
 ∴ عمر الأب = ٤ = ١٠ × ٤ = ٤٠ سنة

٥

أفرض أن العرض = س سم
 ∴ الطول = س + ٤
 محيط المستطيل = ٢ (الطول + العرض)
 ١٢ = ٢ (س + (س + ٤)) بالتبسيط
 ∴ عرض المستطيل = س = ١ سم.
 وطول المستطيل = س + ٤ = ٤ + ١ = ٥ سم.

٦

أفرض أن العدد = س
 عدد إذا أُضيف إليه مثله ونصفه ونصف نصفه + ١ = ١٠٠
 $س + س + \frac{1}{4}س + \frac{1}{2}(\frac{1}{4}س) + 1 = 100$
 ∴ $\frac{11}{4}س = 99 \leftarrow س = 36$

تمارين ومسائل (٢-١)

١

(١) ص = ٢س + ٧
 (٢) ٣س + ٢ص = ٧
 أعوض عن ص = ٢س + ٧ بالمعادلة (٢)
 ٣س + ٢(٢س + ٧) = ٧ بالتبسيط نحصل على س = -١
 ومنها: ص = ٢(-١) + ٧ = ٥
 مجموعة الحل = {-١, ٥}

ب (٤ س + ٢ ص = ٨ (١)

٣ س + ٣ ص = ٩ (٢)

من المعادلة (١) نحصل على : ٢ ص = ٨ - ٤ س

ومنها: ص = ٤ - ٢ س (٣)

أعوض عن ص في المعادلة (٢) فيكون :

٣ س + ٣ (٤ - ٢ س) = ٩ بالتبسيط نحصل على س = ١

ومنه: ص = ٢ مجموعة الحل = {(٢، ١)}

أ (١٠ = ص + س (١)

٤ = ص - س (٢) بالجمع

٢ س = ١٤

∴ س = ٧ ومنها ص = ٣ مجموعة الحل = {(٣، ٧)}

ب (٥ م - ب = ٧ (١)

٧ م - ب = ١١ (٢) بالطرح

٢ م - ٤ =

∴ م = ٢ ومنها ب = ٣ مجموعة الحل = {(٣، ٢)}

أفرض أن العددين هما: س ، ص

مجموعهما = ٢٢

س + ص = ٢٢ (١)

الفرق بينهما = ١٢

س - ص = ١٢ (٢)

بجمع المعادلتين (١)، (٢) يكون : ٢ س = ٣٤ ومنه س = ١٧

أعوض عن س = ١٧ في المعادلة (١) ينتج:

١٧ + ص = ٢٢ ص = ١٧ - ٢٢ = ٥

إذن العددين هما ١٧، ٥

١

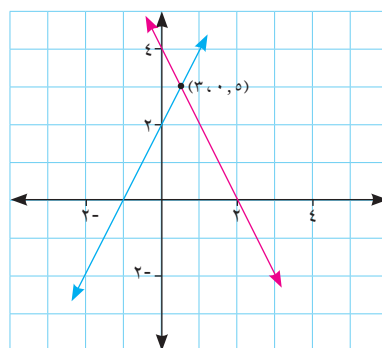
٣

∴ عدد أسرى سجن نفحة = ٨٠٠ أسير

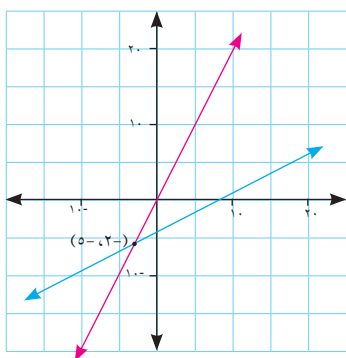
وعدد أسرى سجن مجدو = س + ٦٤٠ = ٦٤٠ + ٨٠٠ = ١٤٤٠ أسيراً.

تمارين ومسائل (٣-١)

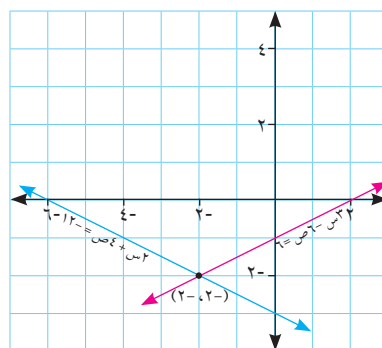
أ) حل النظام هو النقطة (٣, ٠, ٥)



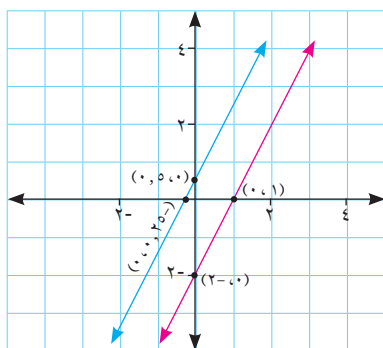
ب) حل النظام هو النقطة (٥, -٢, ٠)



ج) حل النظام هو النقطة (٢, -٢, ٠)



د) لا يوجد حل



أفرض أنّ س عدد الحقائق، ص عدد الأحذية
نعبّر عن المسألة بالمعادلات:

$$٤س + ٨ص = ٥٦$$

$$٥س + ٤ص = ٤٠$$

أمثل بيانياً المعادلتين، من الرسم ألاحظ أن نقطة

تقاطع الخطين هي: (س، ص) = (٥، ٤)

ثمان ٤ حقائق مدرسية و٦ أحذية رياضية:

$$٤س + ٦ص = ٥٦ + ٤ \times ٤ = ٦٠ \text{ ديناراً.}$$

تمارين ومسائل (١-٤)

النقاط التي تمثل حلاً للنظام: (٣ ، ١)

١

أ) س - ص = ٢ (١)

٢

٢ س - ٢ ص = ١٥ (٢)

من المعادلة (١) أجعل س موضوع القانون :

س = ٢ + ص (٣)

من المعادلة (٣) أعوض عن س في المعادلة (٢) ينتج أن :

$$٢ (ص + ٢) - ٢ ص = ١٥$$

$$٢ (ص + ٢) - ٢ ص = ١٥$$

$$٢ ص + ٤ - ٢ ص = ١٥$$

$$٤ - ٢ ص = ١٥$$

$$٤ - ٢ ص = ١٥$$

$$٤ - ٢ ص = ١٥$$

$$٤ - ٢ ص = ١٥$$

أعوض في قيم ص نحصل على قيم س المناظرة لها:

عند ص = ٧ أعوض في المعادلة (٣)

$$٩ = ٧ + ٢ = س$$

عند ص = ١ أعوض في المعادلة (٣)

$$٣ = ١ + ٢ = س$$

حل النظام : (٣، ١)، (٧، ٩)

ب) ٣ س - ٢ ص = ٣ (١)

٢ س + ص = ١ (٢)

من المعادلة (٢) أجعل ص موضوع القانون فيكون :

ص = ١ - ٢ س (٣)

من المعادلة (٣) أعوض عن ص في المعادلة (١) ينتج أن :

$$٣ = ٣ س - ٢ (١ - ٢ س)$$

$$\begin{aligned}
3 \text{ س}^2 - (1 - 4 \text{ س} + 4 \text{ س}^2) &= 3 \\
3 \text{ س}^2 - 1 + 4 \text{ س} - 4 \text{ س}^2 &= 3 \\
- \text{س}^2 + 4 \text{ س} - 4 &= 0 \text{ بضرب طرفي المعادلة في } -1 \\
\text{س}^2 - 4 \text{ س} + 4 &= 0 \\
(\text{س} - 2)(\text{س} - 2) &= 0 \\
\text{س} &= 2 \\
\text{عند س} = 2 \text{ أعوض في المعادلة (3) ينتج:} \\
\text{ص} = 2 \times 2 - 1 = 4 - 1 = 3 \\
(\text{س}, \text{ص}) &= (2, 3).
\end{aligned}$$

أفرض أن طول المستطيل س = سم وعرضه ص = سم

محيط المستطيل = 24

$$2(\text{س} + \text{ص}) = 24$$

$$\text{س} + \text{ص} = 12 \quad (1)$$

مساحة المستطيل = 20

$$\text{س} \times \text{ص} = 20 \quad (2)$$

من المعادلة (1) أجعل ص موضوع القانون فيكون:

$$12 - \text{ص} = \text{س}$$

من المعادلة (2) أعوض عن ص في المعادلة (1) ينتج أن:

$$12 - \text{ص} = \frac{20}{\text{ص}}$$

$$12\text{ص} - \text{ص}^2 = 20$$

$$\text{ص}^2 - 12\text{ص} + 20 = 0$$

$$(\text{ص} - 10)(\text{ص} - 2) = 0$$

ص = 10 أو ص = 2

أعوض عن ص في (3)

عند ص = 10

$$\begin{aligned}
\text{س} &= 12 - 10 = 2 \\
\text{عند ص} &= 2 \\
\text{س} &= 12 - 2 = 10 \\
\text{الطول} &= 10 \text{ سم، العرض} = 2 \text{ سم}
\end{aligned}$$

$$\text{س}^2 + \text{ص}^2 - 8\text{س} - 6\text{ص} + 21 = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{ص} = \text{س} + 1 \dots\dots\dots (2)$$

من المعادلة (٢) أعوض عن ص في المعادلة (١)

$$\text{س}^2 + (\text{س} + 1)^2 - 8\text{س} - 6(\text{س} + 1) + 21 = 0$$

$$\text{س}^2 + \text{س}^2 + 2\text{س} + 1 - 8\text{س} - 6\text{س} - 6 + 21 = 0$$

$$2\text{س}^2 - 12\text{س} + 16 = 0$$

$$\text{س}^2 - 6\text{س} + 8 = 0$$

$$(\text{س} - 4)(\text{س} - 2) = 0$$

$$\text{س} = 4 \text{ أو } \text{س} = 2$$

أعوض عن $\text{س} = 4$ في المعادلة (٢) ينتج:

$$\text{ص} = 1 + 4 = 5$$

إذن: نقطة التقاطع (س، ص) = (٤، ٥)

$$\text{عند } \text{س} = 2$$

$$\text{ص} = 1 + 2 = 3$$

إذن: نقطة التقاطع (س، ص) = (٢، ٣)

إذن: نقاط تقاطع الطريقتين : (٤، ٥)، (٢، ٣)

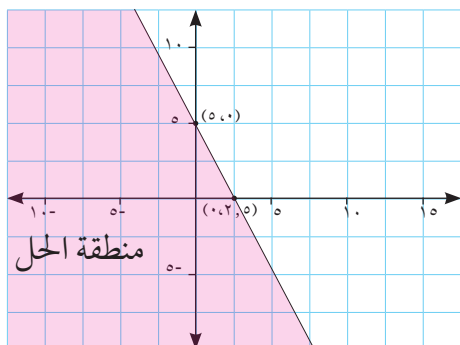
تمارين ومسائل (١-٥)

النقطة (٢، ٣) تنتمي إلى مجموعة حل المتباينة لأنها تحققها:

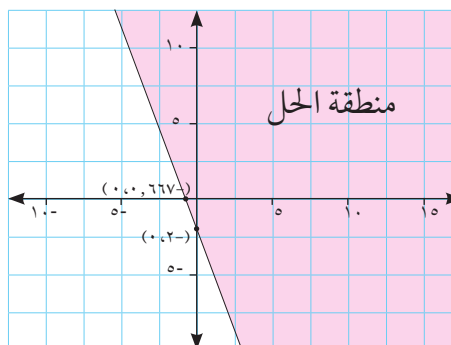
$$3 \leq 3 + 2 \times 2$$

$$3 \leq 7$$

ب) حل المتباينة هو المنطقة المظللة أدناه

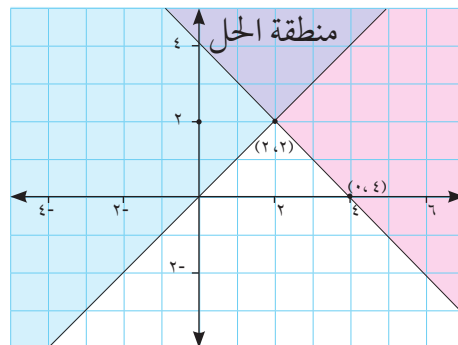


أ) حل المتباينة هو المنطقة المظللة أدناه

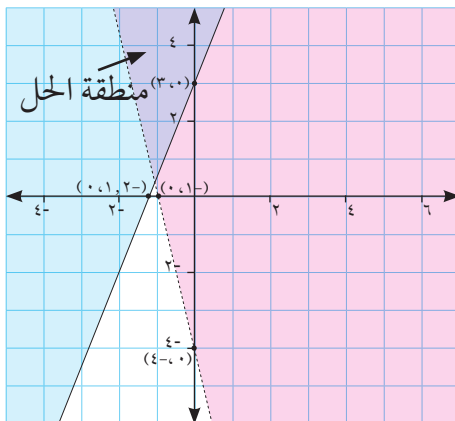


٣

$$\begin{aligned} \text{أ) } & \text{س} + \text{ص} \leq 4 \\ & \text{ص} \leq \text{س} \end{aligned}$$

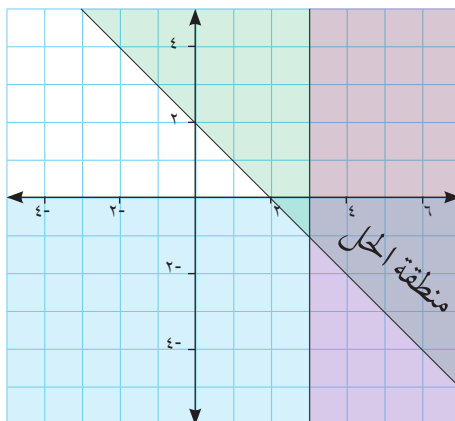


$$\begin{aligned} \text{ب) } & 2\text{ص} - 5\text{س} \leq 6 \\ & 4\text{س} + \text{ص} < -4 \end{aligned}$$



٤

$$\begin{aligned} \text{س} & \leq 3 \\ \text{ص} & \geq 0 \\ \text{س} + \text{ص} & \leq 2 \end{aligned}$$



تمارين ومسائل (٦-١)

١

في الشكل (١٣-١) المجاور منطقة مظللة تمثل مجموعة حلّ نظام من متباينات.

أ) أكتب هذا النظام.

$$\text{الحل : } \text{س} \leq 0$$

$$\text{ص} \leq 0$$

$$\text{س} + 5\text{ص} \geq 10$$

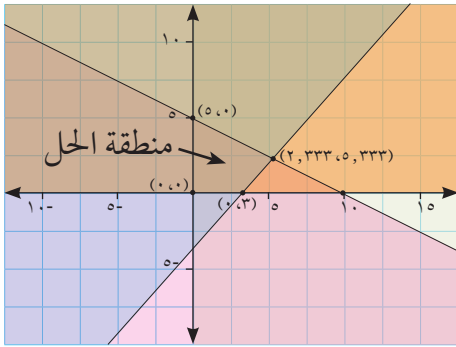
ب) أجد القيمتين العظمى والصغرى للمقدار:

$$4\text{س} + 2\text{ص} \quad (\text{اقتران الهدف})$$

س	ص	قيمة اقتران الهدف ٤س + ٢ص
٠	٠	$٠ = ٠ \times ٢ + ٠ \times ٤$
٠	٢	$٤ = ٢ \times ٢ + ٠ \times ٤$
١٠	٠	$٤٠ = ٠ \times ٢ + ١٠ \times ٤$

القيمة العظمى للمقدار = ٤٠

القيمة الصغرى للمقدار = ٠



أمثلة مجموعة حل النظام الآتي بيانياً.

الحل: س + ٢ص ≥ ١٠

س - ص ≥ ٣

س ≤ ٠

ص ≤ ٠

ثم أجد النقاط المتطرفة (الرؤوس)،

ثم أحدد متى يكون (اقتران

الهدف) س - ص ضمن هذا

النظام أكبر ما يمكن.

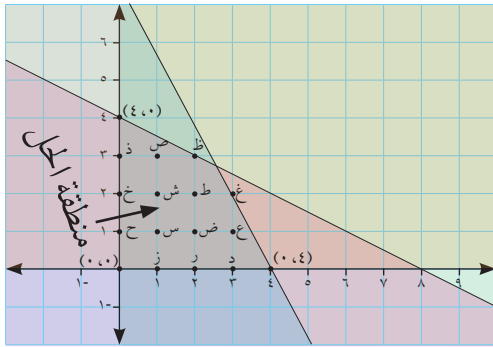
س	ص	قيمة اقتران الهدف ٥س - ٣ص
٥,٣٣٣	٢,٣٣٣	$٢٤,٣١٧ = ٢,٣٣٣ - ٥,٣٣٣ \times ٥$
٣	٠	$١٥ = ٠ - ٣ \times ٥$
٠	٠	$٠ = ٠ - ٠ \times ٥$
٠	٥	$٥ - ٥ = ٠ \times ٥$

يكون اقتران الهدف أكبر ما يمكن عند النقطة (٢,٣٣٣، ٥,٣٣٣)

أفرض أن س عدد الاثواب التي يصنعها المصنع يومياً من النوع الأول.

ص: عدد الاثواب التي يصنعها المصنع يومياً من النوع الثاني.

عدد ساعات عمل الآلة الأولى	عدد ساعات عمل الآلة الثانية	
٢س	س	إنتاج النوع الأول من القماش
ص	٢ص	إنتاج النوع الثاني من القماش
٢س + ص	س + ٢ص	المجموع



$$\begin{aligned} 2س + ص &\geq 8 \\ 2ص + ص &\geq 8 \\ س &\leq 4 \\ ص &\leq 4 \end{aligned}$$

تمارين عامة

اختر رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
رمز الإجابة	د	ب	ب	ب	أ	ب	د	ب

أجلّ النظام الآتي باستخدام طريقة التعويض:
الحل :

$$س + ٣ص = ١٥$$

$$٤س + ص = ١٦ \quad (١)$$

$$س + ٣ص = ١٥ \dots\dots\dots$$

$$٤س + ص = ١٦ \dots\dots\dots (٢)$$

من المعادلة (١) أ جعل س موضوع القانون فيكون:

$$س = ١٥ - ٣ص \dots\dots\dots (٣)$$

من المعادلة (٢) أعوض عن قيمة س ينتج أن:

$$٤(١٥ - ٣ص) + ص = ١٦$$

$$٦٠ - ١٢ص + ص = ١٦$$

$$٦٠ - ١١ص = ١٦$$

$$٦٠ - ١٦ = ١١ص$$

$$٤٤ = ١١ص$$

$$ص = \frac{٤٤}{١١} = ٤$$

أعوض عن ص = ٤ في المعادلة (٣) ينتج:

$$س = ١٥ - ٣ \times ٤ = ١٢ - ١٢ = ٣$$

٣

$$\text{س} + \text{ص} = 5 \dots\dots\dots (١)$$

$$٢ \text{ س} + \text{ص} = 6 \dots\dots\dots (٢) \text{ بالطرح}$$

$$- \text{س} = 1$$

$$\therefore \text{س} = 1$$

أعوض عن س = 1 في المعادلة (١) ينتج :

$$٥ = \text{ص} + 1$$

$$\text{ص} = 1 - 5 = 4$$

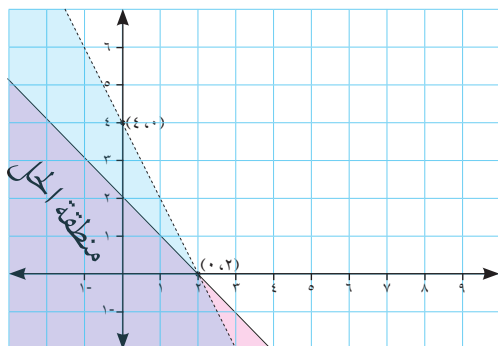
$$(\text{س}, \text{ص}) = (1, 4)$$

٤

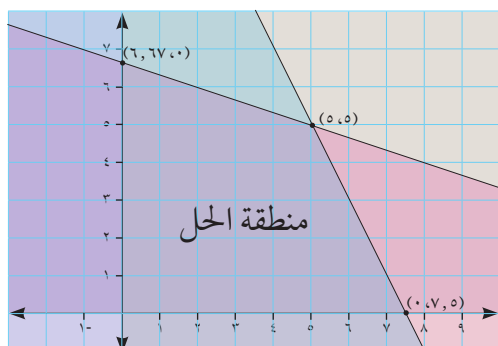
أمثل مجموعة حل النظام الآتي بيانياً:

$$٢ \text{ س} + \text{ص} > ٤$$

$$\text{س} + \text{ص} \geq ٢$$



٥



القيمة	قيمة اقتران الهدف ٤س + ٢ص	ص	س
	٠	٠	٠
عظمى	$٣٠ = ٠ \times ٢ + ٧,٥ \times ٤$	٠	٧,٥
عظمى	$٣٠ = ٥ \times ٢ + ٥ \times ٤$	٥	٥
	$١٣,٣٤ = ٦,٦٧ \times ٢ + ٠ \times ٤$	٦,٦٧	٠

أحدد النقاط المتطرفة (الرؤوس)، ثم أحدد متى يكون (اقتران الهدف) $س + ص$ ضمن هذا النظام أكبر ما يمكن.

أفرض عدد الكتب من النوع $١ = س$

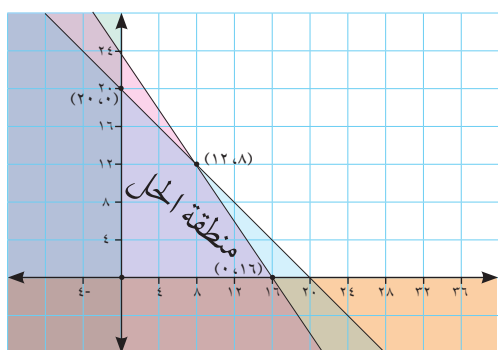
عدد الكتب من النوع $ب = ص$ فيكون نظام المتباينات كالاتي:

$$٠ \leq س$$

$$٠ \leq ص$$

$$س + ٥ \geq ٢٠$$

$$٦س + ٥ص \geq ٩٦$$



س	ص	قيمة اقتران الهدف $س + ص$	القيمة
١٦	٠	$١٦ = ٠ + ١٦$	
٠	٢٠	$٢٠ = ٢٠ + ٠$	عظمى
٠	٠	$٠ = ٠ + ٠$	
٨	١٢	$٢٠ = ١٢ + ٨$	عظمى

يكون اقتران الهدف أكبر ما يمكن عند النقطتين: $(١٢, ٨)$, $(٢٠, ٠)$

الوحدة الثانية

تمارين ومسائل (١-٢)

أذكر ٣ مشكلات من بيئي تحتاج إلى بحث علمي .
الحل:

- أ. أسباب ارتفاع عدد حوادث السير.
- ب. ظاهرة الإدمان على الإنترنت.
- ج. المساس بالممتلكات العامة.

في دراسة قام بها باحث هدفت إلى معرفة العلاقة بين عدد الساعات التي يقضيها الطالب في مشاهدة التلفاز وتحصيله الدراسي في مدرسة عدد طلبتها ٣٥٠ طالباً، قام بمقابلة ٧٠ طالباً وسألهم عن عدد الساعات التي يقضونها في مشاهدة التلفاز، وقارنها بمستوى تحصيلهم، فتوصل الباحث إلى وجود علاقة بين عدد ساعات مشاهدة التلفاز ومستوى التحصيل لديهم.

أ. أحدد مشكلة الدراسة.

الحل:

العلاقة بين عدد الساعات التي يقضيها الطلبة على التلفاز وتحصيلهم الدراسي.

ب. أكتب ثلاث فرضيات للدراسة.

الحل:

- توجد علاقة طردية بين عدد الساعات التي يقضيها الطلبة على التلفاز وتحصيلهم الدراسي.
- توجد علاقة عكسية بين عدد الساعات التي يقضيها الطلبة على التلفاز وتحصيلهم الدراسي.
- لا توجد علاقة بين عدد الساعات التي يقضيها الطلبة على التلفاز وتحصيلهم الدراسي.

ج. أذكر أداة/ أدوات جمع بيانات هذه الدراسة.

الحل:

المقابلة، الاستبانة، سجل العلامات،

في السؤال السابق لماذا اختار الباحث ٧٠ طالباً فقط من طلبة المدرسة؟

الحل:

الحصول على نتائج سريعة، توفير الوقت والجهد، يشكل ٧٠ طالباً ما نسبته ٢٠٪ من طلبة المدرسة وتعد هذه النسبة ممثلة لمجتمع الدراسة.

يترك للمعلم مناقشة أسباب "أخرى وتوظيفها في التمهيد لدرس العينات.

تمارين ومسائل (٢-٢)

١

ما نوع العينة في كل حالة من الحالات الآتية :

أ. استطلع باحث آراء أول ٢٠٠ مصلٍ قابلهم بعد صلاة ظهر الجمعة في المسجد الأقصى .
الحل : (عينة عرضية)

ب. أرادت شرطة المرور معرفة معدل سرعة السيارات المسافرة من مدينة جنين إلى مدينة رام الله، قامت الشرطة بتسجيل سرعة السيارات المارة عند نقطة م عينة التي ترتيبها ٧، ١٧، ٢٧، ، وهكذا .
الحل : (عينة منتظمة)

ج. اختيار عينة حجمها ٢٠٪ من طلبة السنة الرابعة في الكليات: الهندسة والاقتصاد والعلوم في الجامعة الإسلامية في مدينة غزة .
الحل : (عينة عشوائية طبقية)

د. اختيار المعلمين المتقاعدين في محافظة جنين لمعرفة اتجاهاتهم القرائية والكتب التي يحتاجونها .
الحل : (عينة قصدية)

٢

يراد سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها ٢٠٠ شخص من مجتمع حجمه ٢٠٠٠ شخص، إذا كان رقم العنصر الأول من العينة هو ٩، فما رقم العنصر الثاني؟ وما رقم العنصر الثالث؟

الحل : المسافة الثابتة $= 2000 \div 200 = 10$

رقم العنصر الثاني في العينة (١٩) .

رقم العنصر الثالث في العينة (٢٩) .

٣

أراد باحث التعرف إلى آراء لاعبي الأندية الرياضية لكرة القدم حول دور المدرب في تطور أداء اللاعبين في محافظات الضفة الغربية. أوضّح خطوات تكوين عينة عنقودية لهذا الغرض.

الحل :

أ. يُقسّم الباحث الضفة الغربية إلى محافظات (الخليل، بيت لحم، القدس، ...)

ب. يختار الباحث عشوائياً محافظة أو أكثر من المحافظات ولتكن ثلاث محافظات على سبيل المثال، وهذه المرحلة الأولى .

ج. يختار الباحث عدد من الأندية الرياضية كل محافظة من المحافظات التي اختارها في المرحلة الأولى وليكن (٤) أندية وهذه المرحلة الثانية .

د. يختار الباحث عدد من اللاعبين وليكن (٥) لاعبين من كل نادٍ من الأندية التي تم اختيارها في المرحلة الثانية، فيكون اللاعبون الستين الذين اختارهم الباحث ممثلة للعينة التي يجمع منها بياناته .

مؤسسة خاصة فيها ٣٠٠ موظف، كما في الجدول الآتي:

عدد سنوات الخدمة	أقل أو يساوي من ١٠ سنوات	أكثر من ١٠ سنوات
عدد الموظفين	١٨٠	١٢٠

أرادت الشركة اختيار عينة حجمها ٦٠ موظفاً يمثلون عدد السنوات المختلفة لدراسة درجة رضاهم عن المكافأة المالية التي يتقاضاها الموظف في نهاية الخدمة. أوضح طريقة اختيار هذه العينة.

الحل :

- حجم العينة الكلي = ٦٠ موظفاً.
- العينة: هي عينة عشوائية طبقية.
- نجد حجم كل طبقة من طبقات العينة.

عدد سنوات الخدمة	أقل أو يساوي من ١٠ سنوات	أكثر من ١٠ سنوات
عدد الموظفين	١٨٠	١٢٠
حجم كل طبقة من طبقات العينة	$٣٦ = ٦٠ \times (٣٠٠ \div ١٨٠)$ موظفاً	$٢٤ = ٦٠ \times (٣٠٠ \div ١٢٠)$ موظفاً

- نعطي الموظفين الذين عدد سنوات خدمتهم أقل من أو يساوي ١٠ سنوات أرقاماً متسلسلة من ١ - ١٨٠، وباستخدام طريقة القرعة يتم اختيار ٣٦ موظفاً منهم.
- نعطي الموظفين الذين عدد سنوات خدمتهم أكثر من ١٠ سنوات أرقاماً متسلسلة من ١ - ١٢٠، وباستخدام طريقة القرعة يتم اختيار ٢٤ موظفاً منهم.
- الموظفون الذين تم اختيارهم من كل طبقة يمثلون أفراد العينة الكلي الستين.

أوضح الفرق بين العينة العرضية والعينة القصدية.

الحل :-

وجه المقارنة	العينة العرضية	العينة القصدية
التعريف	هي العينة التي يختارها الباحث بشكل عرضي في مكان وزمان محددين.	هي العينة التي يعتمد الباحث اختيار فئة معينة من مجتمع الدراسة.
مثال	أخذ آراء أول عشرة طلاب يدخلون المدرسة في اختبار نهاية الفصل لمبحث الرياضيات.	دراسة رأي الطلبة الأوائل في اختبار نهاية الفصل لمبحث الرياضيات.

٥

يُراد سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها ٤٠٠ شخصاً من مجتمع حجمه ٤٠٠٠ شخص، إذا كان رقم العنصر الأول من العينة هو ٦، ما رقم العنصر الأخير؟

$$\text{الحل : المسافة الثابتة} = 4000 \div 400 = 10$$

أرقام أفراد العينة هي: ٦، ١٦، ٢٦، ٣٦،

$$\text{رقم العنصر الأخير} = 6 + 10 \times 399 = 3996$$

تمارين ومسائل (٢-٣)

١

أكتب القيم التي يتخذها المتغير العشوائي في كل حالة من الحالات الآتية:
أ. عدد الأطفال الإناث في عائلة اختيرت عشوائياً من العائلات التي لديها ٦ أطفال.

$$\text{الحل: س} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$

ب. عدد الرجال في مجموعة من ٣ أشخاص اختيرت عشوائياً من نادٍ علمي فيه ٦ رجال، و ٤ نساء.

$$\text{الحل: س} = \{0, 1, 2, 3\}.$$

ج. مربع عدد الصور الظاهرة على الوجهين العلويين في تجربة إلقاء قطعة نقد منتظمة مرتين.

$$\text{الحل: س} = \{0, 1, 4\}.$$

٢

أي من التوزيعات الآتية، يعد توزيعاً احتمالياً؟ ولماذا؟

$$\text{أ. } \{(0, 2, 1), (0, 3, 5), (0, 4, 2)\}$$

$$\text{الحل: مجموع ل(س)} = 1, 1$$

إذن: التوزيع غير احتمالي.

$$\text{ب. } \{(0, 3, 1), (0, 3, 8), (0, 4, 5)\}$$

الحل:

$$\bullet \text{ احتمال كل قيمة من قيم المتغير العشوائي } 0 \leq \text{ل(س)} \leq 1.$$

$$\bullet \text{ مجموع احتمالات جميع قيم المتغير العشوائي } = 1.$$

∴ التوزيع احتمالي.

$$\text{ج. } \{(\text{س}, \text{ل(س)}) \mid \text{حيث ل(س)} = \frac{\text{س}}{50}, \text{س} = 13, 20, 17\}.$$

الحل:

$$\text{ل(13)} = \frac{13}{50}, \text{ل(20)} = \frac{20}{50}, \text{ل(17)} = \frac{17}{50}$$

$$\bullet \text{ احتمال كل قيمة من قيم المتغير العشوائي } 0 \leq \text{ل(س)} \leq 1.$$

$$\bullet \text{ مجموع احتمالات جميع قيم المتغير العشوائي } = 1.$$

∴ التوزيع احتمالي.

٣

إذا كان s متغيراً عشوائياً يتخذ القيم: ١، ٢، ٣، ٤، وكان $L(s) = 16s^2$ ، أجد:

أ. قيمة الثابت.

الحل:

$$1 = 16s^2 + 9s + 4s + 1 = (4)L + (3)L + (2)L + (1)L$$

$$\frac{1}{30} = s$$

ب. اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي s .

الحل:

٤	٣	٢	١	س
$\frac{16}{30}$	$\frac{9}{30}$	$\frac{4}{30}$	$\frac{1}{30}$	L(s)

٤

صندوقان في كل منهما ثلاث كرات، الأول كراته مرقمة: ٣، ٤، ٥، والآخر بالأرقام: ٦، ٧، ٨، سُحبت كرة عشوائياً من كل صندوق، وكان المتغير العشوائي s هو ناتج ضرب العددين المكتوبين على الكرتين المسحوبتين، أكتب التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي s .

الحل: جدول التوزيع الاحتمالي:

٤٠	٣٥	٣٢	٣٠	٢٨	٢٤	٢١	١٨	س
$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	L(s)

٥

في تجربة سحب ٣ كرات دون إرجاع بشكل عشوائي من صندوق فيه ٣ كرات حمراء، وكرتان بيضاويتان إذا كان المتغير العشوائي s يمثل عدد الكرات الحمراء، أكتب قيم s .

الحل: $s = \{1, 2, 3\}$.

تمارين ومسائل (٢-٤)

١

إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير s معطى في الجدول الآتي:

١٥	١٠	٥	٠	س
٠,٣	٢	٠,١٥	٠,٢٥	L(s)

أ. أجد: قيمة P .

$$\text{الحل: } = 1 - (0,3 + 0,15 + 0,25) = 0,3$$

ب. أجد: T (س).

$$\text{الحل: } T \text{ (س)} = 0,75 + 0,3 + 0,5 = 1,55$$

ج. أجد: T (س + ٧).

$$\text{الحل: } T \text{ (س + ٧)} = 2 \times 1,55 + 7 = 11,1$$

يُطلق شخص سهماً على قرص، حيث يكسب ١٦ نقطة في حال إصابته، ويخسر ٨ نقاط إذا لم يصبه، إذا كان احتمال إصابته $0,4$ ، فما توقّعك لعدد النقاط التي يحصل عليها هذا الشخص في الرمية الواحدة؟

$$\text{الحل: } T \text{ (س)} = 16 \times 0,4 - 8 \times 0,6 = 0,6$$

أحسب توقع عدد الأطفال الإناث في عائلة لديها ثلاثة أطفال.
الحل:

س	صفر	١	٢	٣
ل (س)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

$$T \text{ (س)} = 0 \times \frac{1}{8} + 1 \times \frac{3}{8} + 2 \times \frac{3}{8} + 3 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{2}$$

$$\text{أو } T \text{ (س)} = 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \text{ كما سيمر معك لاحقاً في تجربة ذات الحدين.}$$

يربح فندق في مدينة رام الله يومياً ٨٠٠ دينار في فصل الصيف، و ٤٠٠ دينار في فصليّ الربيع والخريف، ويخسر ٢٠٠ دينار في فصل الشتاء، أجد توقّعك للربح اليومي للفندق.

$$\text{الحل: } T \text{ (س)} = 800 \times 0,25 + 400 \times 0,5 - 200 \times 0,25 = 350 \text{ ديناراً.}$$

إذا كان T (س + ٧) = ٤٩، أحسب T (س).

$$\text{الحل: } 7 \times T \text{ (س)} + 25 = 49$$

$$T \text{ (س)} = \frac{24}{7}$$

إذا كانت ص متغيراً عشوائياً منفصلاً توقعه ٥٠ ، س متغيراً عشوائياً آخر، حيث إن:
ص = ١ - س - ٤. أحسب قيمة ١ إذا كانت قيمة ت (س) = ١٨.

الحل: ت (ص) = ١ × ت (س) - ٤

$$٥٠ = ١٨ \times ٤ -$$

$$٣ = \frac{٥٤}{١٨} = ٣$$

تمارين ومسائل (٥-٢)

في تجربة ذات حدين إذا كانت ن = ٦، ١ = ٤، ٠ = أجد:

أ. ل (س = ٢)

$$\text{الحل: ل (س = ٢)} = \binom{٦}{٢} \times (٠, ٤)^٢ \times (٠, ٦)^٤ = ٠, ٣١$$

ب. ل (س < ٤)

$$\text{الحل: ل (س < ٤)} = \text{ل (٥)} + \text{ل (٦)}$$

$$= \binom{٦}{٥} \times (٠, ٤)^٥ \times (٠, ٦)^١ + \binom{٦}{٦} \times (٠, ٤)^٦ \times (٠, ٦)^٠ =$$

$$= ٠, ٠٤١ + ٠, ٠٣٧ = ٠, ٠٧٨$$

في تجربة إلقاء قطعة نقد منتظمة ٤ مرات متتالية، إذا كان المتغير العشوائي س يمثل عدد الصور الظاهرة على الوجه العلوي، أجد:

أ. قيم المتغير العشوائي.

$$\text{الحل: س} = \{٠, ١, ٢, ٣, ٤\}$$

ب. أحسب احتمال ظهور الصورة مرتين فقط.

$$\text{الحل: ل (س = ٢)} = \binom{٤}{٢} \times (٠, ٥)^٢ \times (٠, ٥)^٢ = ٠, ٣٧٥$$

إذا كان ١٠٪ من طلبة مدرسة ما مصابين بالزكام، اختير ٣ طلبة عشوائياً من المدرسة، أحسب احتمال أن يكون اثنان منهم سليمين.

$$\text{الحل: ل (س = ٢)} = \binom{٣}{٢} \times (٠, ٩)^٢ \times (٠, ١)^١ = ٠, ٢٤٣$$

٤

في دراسة إحصائية تبين أن ٧٥٪ من الطلبة يستخدمون الشبكة العالمية (الإنترنت)، اختير ٤ طلبة عشوائياً، ما احتمال أن يكون ٣ منهم على الأقل يستخدمون الشبكة؟

الحل: ل (س ≤ ٣) = ل (س = ٣) + ل (س = ٤)

$${}^4(0,25) \times {}^4(0,75) \times \left(\frac{4}{4}\right) + {}^4(0,25) \times {}^3(0,75) \times \left(\frac{4}{3}\right) =$$

$$0,32 + 0,42 =$$

$$0,74 =$$

٥

في مدينة ما كان ٥٠٪ من سكانها يجيدون التحدث باللغة الإنجليزية، اختير ١٠ أشخاص من سكان المدينة عشوائياً، ما احتمال ألا يجيد أحدهم التحدث باللغة الإنجليزية؟

الحل: ل (س = ٠) = ${}^{10}(0,5) = {}^{10}(0,5) \times {}^{10}(0,5) \times \left(\frac{10}{0}\right)$

٦

إذا كان احتمال أن يجتاز الشخص الواحد أحد الحواجز المنصوبة على مدخل من مداخل مدينة بيت لحم ٠,٦، فما توقعك لعدد المواطنين الذين سيجتازون الحاجز من بين ٢٠٠ مواطن ينتظرون على الحاجز؟

الحل: ت (س) = $0,6 \times 200 = 120$ مواطناً.

٧

في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم ٧٢ مرة، ما توقع عدد مرات ظهور عدد يقبل القسمة على ٦؟

الحل: احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على ٦ في الرمية الواحدة = $\frac{1}{6}$

ت (س) = $72 \times \frac{1}{6} = 12$

٨

إذا كان احتمال فوز فريق في المباراة الواحدة هو ٠,٧، لعب الفريق ١٠ مباريات، ما توقعك لعدد المباريات التي سيخسرها الفريق؟

الحل: ل (أ) = $0,7 - 1 = 0,3$

ت (س) = $0,3 \times 10 = 3$ مباريات.

حل آخر: التوقع لعدد المباريات التي سيكسبها الفريق = $0,7 \times 10 = 7$

التوقع لعدد المباريات التي سيخسرها الفريق = $7 - 10 = 3$ مباريات

تمارين عامة

٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	السؤال
د	ج	د	أ	أ	ب	أ	ب	رمز الإجابة

يراد اختيار عينة عدد أفرادها ٦٠ طالباً من مدرسة فيها ٣٠٠ طالب مكوّنة حسب الجدول، أوضح الطريقة التي يتم فيها اختيار العينة.

الصف	الحادي عشر/ أدبي	الحادي عشر/رياضي	الحادي عشر/ علمي
العدد	١٢٠	١٢٠	٦٠

الحل:

حجم العينة = ٦٠ طالباً.

عدد طلبة الصف الحادي عشر/ أدبي في العينة = $\frac{١٢٠}{٣٠٠} \times ٦٠ = ٢٤$ طالباً.

عدد طلبة الصف الحادي عشر / رياضي في العينة = $\frac{١٢٠}{٣٠٠} \times ٦٠ = ٢٤$ طالباً.

عدد طلبة الصف الحادي عشر / علمي في العينة = $\frac{٦٠}{٣٠٠} \times ٦٠ = ١٢$ طالباً.

أعط عدد طلبة الصف الحادي عشر/ أدبي أرقاماً متسلسلة من ١-١٢٠

وباستخدام طريقة القرعة أختار ٢٤ طالباً من طلبة الصف الحادي عشر/ أدبي ، وبالأسلوب نفسه تتم عملية اختيار طلبة بقية الفروع.

يُطلق أحد المستوطنين النار على السيارات المارة في إحدى الطرق، إذا كان احتمال إصابته السيارة في الرمية الواحدة هو ٠,٧ ، أطلق المستوطن النار على ١٠ سيارات، ما توقعك لعدد السيارات التي أصيبت؟

الحل: ت(س) = $٠,٧ \times ١٠ = ٧$ سيارات.

إذا كان عدد الطلبة الملتزمين بحل واجباتهم البيتية في إحدى الصفوف ١٨ طالباً، وغير الملتزمين ١٢ طالباً، اختيره طلبة عشوائياً. ما احتمال أن يكون واحدٌ منهم على الأكثر من الملتزمين بحل واجباته ؟

الحل: ل(س) = $١ + ٠ = ١$ ل(١) = $\binom{٥}{٠} \times (٠,٦)^٥ + \binom{٥}{١} \times (٠,٤) \times (٠,٦)^٤$

$$٠,٠٩ = ٠,٠٨ + ٠,٠١ =$$

مصنع للأقمشة فيه ١٥٠٠ عامل . أرادت إدارة المصنع أن تعرف رأي العمال في طرق تحسين بيئة العمل في المصنع، فقررت استخدام عينة منتظمة حجمها ١٥٠ .

١. ما مقدار المسافة الثابتة بين مفردات العينة ؟

الحل : مقدار المسافة = $1500 \div 150 = 10$

ب. إذا كان الرقم ٦ يُمثل رقم أول عامل تم اختياره عشوائياً في العينة، ما أرقام أول ٥ عمال تم اختيارهم؟

الحل : أرقام أول ٥ عمال هي : ٦، ١٦، ٢٦، ٣٦، ٤٦ .

