دولة فلسطين	الامتحان التجريبي الموحد لمبحث الرياضيات العام الدراسي ٢٠٢٥/٢٠٢٦ الصف الثاني عشر/الفرع العلمي الورقة الأولى	التاريخ: ٢٠٢٦/٤/٢٠
وزارة التربية والتعليم العالي		الزمن: ساعتان وخمس وأربعون دقيقة
مديرية التربية والتعليم/ نابلس		مجموع العلامات: (١٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة (ستة) أسئلة، أجب عن خمسة منها فقط

القسم الأول: يتكون هذا القسم من أربعة أسئلة، وعلى الطالب أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الأول: (٢٠ علامة)

أ) يتكون هذا الفرع من (٣) فقرات من نوع اختيار من متعدد، من أربعة بدائل، انقل البديل الصحيح إلى دفتر الإجابة:

(٦ علامات)

١) إذا كان متوسط التغير للاقتران ق(س) في الفترة [١، ٣] يساوي ٥ ، وكان ق(١) × ق(٣) = ١٢ ، ما قيمة متوسط التغير للاقتران هـ(س) = $\frac{١}{ق(س)}$ ، ق(س) ≠ ٠، في نفس الفترة ؟

$\frac{٥}{١٢}$ $\frac{١}{٥}$ $\frac{-١}{٥}$ $\frac{-٥}{١٢}$

٢) اذا كان الاقتران ق(س) = جاس + جتاس معرفا على الفترة $\left[٠، \frac{\pi}{٢}\right]$ ، ما هي الفترة التي يكون فيها ق(س) متزايدا ؟

$\left[٠، \frac{\pi}{٤}\right]$ $\left[\frac{\pi}{٤}، \frac{\pi}{٢}\right]$ $\left[٠، \frac{\pi}{٢}\right]$ غير متزايد في هذه الفترة

٣) إذا كان ق(س) = لـو$_{هـ}$ $\frac{\sqrt{س}}{٨س^{٣}}$ ، س < ٠ ،ما قيمة ق′(٢) ؟

$\frac{٥}{٤}$ $\frac{٧}{٤}$ $\frac{-٥}{٤}$ $\frac{-٧}{٤}$

ب) إذا كان ق(س) = ٢س^{٢} + بس ، وكان (ق ∘ ق′)′(١) = ٢٤ ، جد قيمة الثابت ب. (٦ علامات)

ج) جد فترات التقعر للأعلى وللأسفل، ونقط وزوايا الانعطاف (إن وجدت)، لمنحنى الاقتران هـ(س) = ٤جاس جتاس ، س ∈]٠، π[. (٨ علامات)

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) يتكون هذا الفرع من (٣) فقرات من نوع اختيار من متعدد، من أربعة بدائل، انقل البديل الصحيح إلى دفتر الإجابة:

(٦ علامات)

١) إذا كانت ص = ن(جاس)، س = ع π، $\frac{د ص}{د ع} = \pi ٢$، س ∈]$-\pi$، π[ما قيمة ن′(٠) ؟

π | $\pi -$ | ٢- | ٢

٢) إذا علمت أن ن(١) = ٨ ، ن′(١) = ٤، ما قيمة $\lim_{س \to ٦} \frac{ن(٢جا(\frac{\pi}{س})) - ٨}{س - ٦}$ ؟

$\frac{\pi ٢ -}{\sqrt{٣}}$ | $\frac{\pi -}{٣\sqrt{٣}}$ | $\frac{\pi -}{\sqrt{٣}}$ | $٤\sqrt{٣}$

٣) ما عدد النقط الحرجة للاقتران ن(س) = $(٨ - س)\sqrt{س}$ في الفترة]-١، ٣[؟

١ | ٢ | ٣ | ٤

ب) قذف جسم رأسياً للأعلى من قمة برج ارتفاعه ١٣٥ متر عن سطح الأرض وفق العلاقة ف(ن) = $-٥ن^{٢} + ٣٠ن$، حيث ف بعد الجسم عن قمة البرج بالأمتار، ن الزمن بالثواني. جد : (٨علامات)

١) المسافة التي يقطعها الجسم بعد مرور ٤ ثواني من بدء الحركة.

٢) سرعة ارتطام الجسم بالأرض.

ج) إذا كان ن(س) = $س^{٣} + أس^{٢} + بس + جـ$ ، وكان له نقطة انعطاف أفقي هي (١، ٢)، جد الثوابت أ، ب، جـ .

(٦ علامات)

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) يتكون هذا الفرع من (٣) فقرات من نوع اختيار من متعدد، من أربعة بدائل، انقل البديل الصحيح إلى دفتر الإجابة:

(٦ علامات)

١) أي الاقترانات التالية يقع فوق جميع مماساته في مجاله ؟

لـو$_{هـ}$ س | $هـ^{س}$ | $\sqrt{س - ٢}$ | $\frac{س^{٢} + ١}{س}$

٢) إذا كانت معادلة العمودي على المماس لمنحنى ق(س) عند نقطة الانعطاف (١،٤) هي ٢ص − ٢س = ٦ ، ما قياس زاوية الانعطاف ؟

$\frac{\pi}{٣}$ | $\frac{\pi}{٤}$ | $\frac{\pi ٣}{٤}$ | $\frac{\pi ٥}{٦}$

تابع السؤال الثالث فرع أ :

٣) إذا كان ق(س) = [٢س − ١]، س ∈ [٠، ١] ، ما هي مجموعة قيم س للنقط الحرجة للاقتران ق(س)؟

$\{٠، ١\}$ $]٠، ١[$ $[٠، ١]$ $\left\{٠، \frac{١}{٢}، ١\right\}$

ب) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} س^{٢} - س + ٢ & ، \ -٣ \leq س \leq ١ \\ ٣س - ١ & ، \ ١ < س \leq ٨ \end{cases}$ (٩ علامات)

١. عيّن النقاط الحرجة للاقتران ق(س).

٢. حدد فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س).

٣. عيّن القيم القصوى المحلية والمطلقة (إن وجدت) للاقتران ق(س).

ج) إذا كانت $\lim_{س \to ١} \frac{ق(٣س) - ٢}{س - ١} = ٣$، جد $\lim_{س \to ١} \frac{(س^{٢} ق(٣س))^{٢} - ٤}{س - ١}$. (٥ علامات)

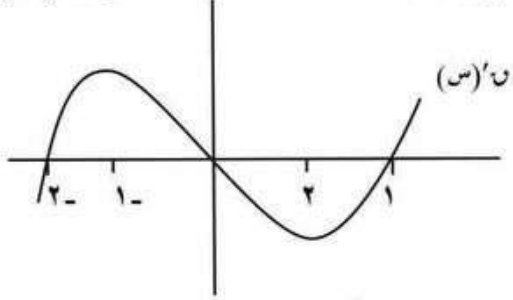
السؤال الرابع: (٢٠ علامة)

أ)يتكون هذا الفرع من (٣) فقرات من نوع اختيار من متعدد، من أربعة بدائل، انقل البديل الصحيح إلى دفتر الإجابة: (٦ علامات)

١) ما هو الاقتران الذي يحقق أكبر قيمة له عندما س= ٠ ؟

$\sqrt{١٦ - س^{٢}}$ $|س|$ $س^{٣}$ $س^{٢} + ٤$

٢) الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران ق′(س)، ما مجموعة قيم س التي يكون عندها نقطة انعطاف لمنحنى ق′(س)؟



$\{-١، ٢\}$ $\{-٢، ١\}$

$\{٠\}$ ϕ

٣) إذا كانت معادلة العمودي على منحنى الاقتران ق(س) عند النقطة (٢ ،١ب) هي أ ص = س، وكان ق′(٢ ١) = ٦، ما قيمة الثابت ب ؟

٢ -٢ ٦ -٦

تابع السؤال الرابع فرع ب :

ب) إذا كان ق(س) كثير حدود معرف على ع ، وله مماسان أفقيان عند س= ٢ ، س=٦، وكان ق′(س)متزايداً عندما س < ١ و س > ٤ ، وكان ق′(س)متناقصاً عندما ١ < س < ٤، جد مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س) .
(٧ علامات)

ج) جد النقط الواقعة على منحنى العلاقة ٩س^{٢} + ١٦ص^{٢} = ٥٢ والتي يكون عندها المماس موازياً للمستقيم ٩س − ٨ص = ١.
(٧ علامات)

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من (سؤالين)، وعلى الطالب أن يجيب عن سؤال واحد فقط

السؤال الخامس: (٢٠ علامة)

أ) يتكون هذا الفرع من (٣) فقرات من نوع اختيار من متعدد، من أربعة بدائل، انقل البديل الصحيح إلى دفتر الإجابة:

(٦ علامات)

١) قذف جسم رأسياً من سطح الأرض حسب العلاقة ف(ن) = ٢٨ ١ن − ١٦ ن^{٢} ، حيث ف ارتفاع الجسم عن سطح الأرض بالأمتار، ن الزمن بالثواني، ما الزمن الذي يحتاجه الجسم وهو صاعد حتى تبلغ سرعته نصف السرعة التي قذف بها؟

٤ ثواني　　٢ ثانية　　٦٤ ثانية　　٢٨ ثانية

٢) إذا كان ص = أ جتاس + ب جاس ، اي المقادير التالية يساوي المقدار (ص$^{(ن)}$ + ص$^{(ن+٢)}$) ؟

أ + ب　　أ − ب　　ب − أ　　صفر

٣) إذا كان للاقتران ق(س) = س^{٤} + أس^{٣} + ك′(س) نقطة انعطاف أفقي هي (١، ٢)، وكانت معادلة المماس لمنحنى ك(س) عندما س = ١ هي ب س − ص = ٣، وكان ك″(١) = ٨، ما قيمة الثابتين أ، ب على الترتيب ؟

٤ ، ٥　　٤ ، −٥　　٥ ، −٤　　−٤ ، −٥

ب) إذا كان جا^{٢}(٣س) = (١ − ص^{٢})^{٦} ، س ∈ $\left[0 ، \frac{\pi}{٣}\right]$ أثبت أن :

٢ص ص′ = (ص^{٢} − ١)ظتا٣س.
(٧ علامات)

ج) جد أقصر مسافة بين النقطة (٠، ٦) ومنحنى س^{٢} − ص^{٢} = ١٦.
(٧ علامات)

السؤال السادس: (٢٠ علامة)

أ) يتكون هذا الفرع من (٣) فقرات من نوع اختيار من متعدد، من أربعة بدائل، انقل البديل الصحيح إلى دفتر الإجابة: (٦ علامات)

١) إذا كانت ص = هـ$^{أ جتاس}$ + لـو$_{هـ}$ جاس + أ، س ∈ $\left[\frac{\pi}{٤}، \frac{\pi ٣}{٤}\right]$ وكانت $\frac{د ص}{د س}\Big|_{س = \frac{\pi}{٢}}$ = −٢ ، ما قيمة الثابت أ ؟

٣- ١ ٢ ٢-

٢) إذا كان ق(س) اقتراناً متصلاً في [أ، ب]، وكانت النقطة (جـ، ق(جـ)) نقطة حرجة للاقتران ق(س)، حيث جـ ∈]أ، ب[حيث ق′(س) ≺ ٠ عندما أ ≺ س ≺ جـ ، ق′(س) ≻ ٠ عندما جـ ≺ س ≺ ب، أي العبارات التالية صحيحة ؟

ق′(جـ) = ٠ ق(جـ) قيمة عظمى محلية للاقترن ق(س)

(جـ، ق(جـ)) نقطة انعطاف للاقترن ق(س) ق(جـ) قيمة صغرى محلية للاقترن ق(س)

٣) إذا كان ق(س) = جاس(١ + جتاس) ، س ∈ [٠، π]، ماذا يوجد للاقتران ق(س) عندما س = $\frac{\pi}{٣}$ ؟

قيمة عظمى محلية قيمة صغرى محلية نقطة انعطاف ق′$\left(\frac{\pi}{٣}\right)$ غير موجودة

ب) جد مساحة المثلث المكون من المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س^{٢} + ١ عند النقطة (٢ ، ٥) والمستقيم ص = ١. (٧ علامات)

ج) إذا كان ق، ك كثيري حدود موجبان دائماً ولكل منهما قيمة صغرى محلية عند س = أ، وكان ق″(أ)، ك″(أ) ≠ ٠ ، أثبت أن للاقتران (ق × ك)(س) قيمة صغرى محلية عند س = أ . (٧ علامات)

انتهت الأسئلة

* السؤال الأول:

أ)

١	٢	٣
$\frac{-5}{12}$	$[0, \frac{\pi}{4}[$	$\frac{5}{4}=$

(علامتان لكل فرع)

ب) $و(س) = ٢س^{٢} + ب س$ (٦ علامات)

$وَ(س) = ٤س + ب \Leftarrow وَ(١) = ٤ + ب$ (علامة)

$وَّ(س) = ٤ \Leftarrow وَّ(١) = ٤$ (علامة)

$(و \circ وَ)'(١) = ٤٢$

$وَ(وَ(١)) \times وَّ(١) = ٤٢$ (علامتان)

$وَ(٤+ب) \times ٤ = ٤٢ \Leftarrow وَ(٤+ب) = ٦$ (علامة)

$٤(٤+ب) + ب = ٦$

$١٦ + ٤ب + ب = ٦ \Leftarrow ٥ب = -١٠ \Leftarrow \boxed{ب = -٢}$ (علامة على ايجاد ب)

جـ) $هـ(س) = ٤ جاس جتاس$ ، $س \in [0, \pi[$ (٨ علامات)

$هـ(س)$ متصل وقابل للاشتقاق على $[0, \pi[$ (علامة)

$هـَ(س) = ٤ جتاس جتاس + ٤ جاس \times -جاس$

$هـَ(س) = ٤ جتا^{٢}س - ٤ جا^{٢}س$ (علامة)

$هـَ(س) = ٤ جتا٢س$

$هـَّ(س) = -٨ جا٢س$ (علامة)

$هـَّ(س) = ٠ \Leftarrow -٨ جا٢س = ٠$

$\Leftarrow ٢س = ٠$ أو $٢س = \pi$ أو $٢س = ٢\pi$

$س = ٠ \notin [0, \pi[$ ، $\boxed{س = \frac{\pi}{2} \in [0, \pi[}$ ، $س = \pi \notin [0, \pi[$ (علامة)

إشارة $هـَّ(س)$ (علامة)

$س$	0		$\frac{\pi}{2}$		π
$هـَّ(س)$	0	$+$	$\times$	$-$	0
$هـ(س)$ سلوكه		$\cap$		$\cup$	

$هـ(س)$ مقعر للأسفل في $]0, \frac{\pi}{2}[$ (علامة)

$هـ(س)$ مقعر للأعلى في $]\frac{\pi}{2}, \pi[$

$(\frac{\pi}{2}, هـ(\frac{\pi}{2})) = (\frac{\pi}{2}, 0)$ هي نقطة انعطاف. (علامة)

$هـَ(\frac{\pi}{2}) = ٤ جتا\pi = -٤$

زاوية الانعطاف هي $ظا^{-١}٤$. (علامة ونصف)

* السؤال الثاني:

أ)

١	٢	٣
٢	$\frac{-\pi}{٣\sqrt{٣}}$	٢

علامتان لكل فرع

ب) ف(ن) = ٣٠ن - ٥ن^{٢} (٨علامات)

① نجد زمن أقصى ارتفاع: ع = ٣٠ - ١٠ن = صفر ⇐ ن = ٣ ثواني (علامتان)

⇐ بعد ٤ ثواني الجسم هابط

∴ المسافة المقطوعة = ٢ × ف(٣) - ف(٤)

= ٢ (٣٠×٣ - ٥(٣)^{٢}) - (٣٠×٤ - ٥(٤)^{٢}) (علامتان)

= ٢ × ٤٥ - ٤٠ = ٥٠ متر

② سرعة ارتطام الجسم بالأرض:

عندما يرتطم الجسم بالأرض تكون الإزاحة = -١٣٥ متر عن سطح البرج (علامة)

ف = -١٣٥

٣٠ن - ٥ن^{٢} = -١٣٥ (علامة)

٥ن^{٢} - ٣٠ن - ١٣٥ = صفر ⇐ ن^{٢} - ٦ن - ٢٧ = صفر

(ن - ٩)(ن + ٣) = صفر ∴ ن = ٩ ثواني (علامة)

سرعة ارتطام الجسم بالأرض = ع(٩)

ع = ٣٠ - ١٠ن = ٣٠ - ٩٠ = -٦٠ م/ث (علامة)

جـ) و(س) = س^{٣} + أ س^{٢} + ب س + جـ (٦علامات)

(١، ٢) نقطة انعطاف أفقي:

(علامة وهنن) و(١) = ٢ ⇐ ٢ = ١ + أ + ب + جـ ∴ أ + ب + جـ = ١

(علامة وهنن) و′(١) = صفر ⇐ و′(س) = ٣س^{٢} + ٢أ س + ب ⇐ صفر = ٣ + ٢أ + ب ⇐ ٢أ + ب = -٣

(علامة وهنن) و″(١) = صفر ⇐ و′(س) = ٦س + ٢أ ⇐ صفر = ٦ + ٢أ ⇐ أ = -٣

نعوض أ = -٣ في ٢أ + ب = -٣ ⇐ ب = ٣

نعوض أ، ب في أ + ب + جـ = ١ ⇐ جـ = ١ (علامة وهنن على إيجاد الثوابت)

* السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

م)

١	٢	٣	(علامتان لكل فرع)
$\frac{5}{س}$	$\frac{3\pi}{4}$	[٠، ١]	

ن) $ه(س) = \begin{cases} س^2 - س + 2 ، & -3 \leq س \leq 1 \\ 3س - 1 ، & 1 < س \leq 8 \end{cases}$ (٩علامات)

⇐ نبحث اتصال $ه(س)$ على $[-3، 8]$: (علامة)

$ه(س)$ متصل على $[-3، 1[$ (كثيرحدود)

$ه(س)$ متصل على $]1، 8]$ (كثيرحدود)

عندما $س = 1$ ⇐ $\lim_{س \to 1^+} ه(س) = \lim_{س \to 1^+} (3س - 1) = ه(1) = 2$ ، $ه(س)$ متصل عندما $س = 1$

$ه(س)$ متصل على $[-3، 8]$

$قَ(س) = \begin{cases} 2س - 1 ، & -3 \leq س \leq 1 \\ 3 ، & 1 < س < 8 \\ غ.م ، & س = -3، 1، 8 \end{cases}$ (علامتان)

على حسب $قَ(س)$

$قَ(1)^+ = 3$ ، $قَ(1)^- = 1$ ∴ $قَ(1)$ غير موجودة.

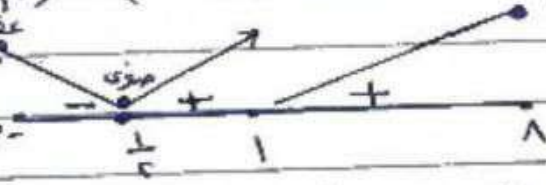
$قَ(3)$ ، $قَ(8)$ غ.م لأنها طرف فترة.

$قَ(س) = صفر$ ⇐ إما $2س - 1 = صفر$ $س = \frac{1}{2}$ ∈ $]-3، 3[$ (علامة)

أو $3 = صفر$ مستحيل

⇐ النقط الحرجة: $(-3، 14)$ ، $(1، 3)$ ، $(8، 23)$ ، $(\frac{1}{2}، \frac{7}{4})$ (علامتان)

إشارة $قَ(س)$:



(علامة) (علامة)

$ه(س)$ متناقص في $[-3، \frac{1}{2}]$

$ه(س)$ متزايد في $[\frac{1}{2}، 1] \cup [1، 8]$ (علامة)

$ه(-3) = 14$ عظمى محلية

$ه(\frac{1}{2}) = \frac{7}{4}$ صغرى مطلقة.

$ه(8) = 23$ عظمى مطلقة.

(علامة ونصف)

تابع/ السؤال الثالث فرع (ب) (٥ علامات)

بما أن $\lim_{س \to 1} \frac{ه(٣س) - ٢}{س - ١} = ٣$ ⇐ نهاية موجودة على الصورة $\frac{٠}{٠}$:

⇐ $ه(٣س) - ٢ = ٠$ عندما $س = ١$ ⇐ $\boxed{ه(٣) = ٢}$ (علامة)

حسب لوبيتال: $٣ ه'(٣س) = ٣$ عندما $س = ١$ ⇐ $\boxed{ه'(٣) = ١}$ (علامة)

المطلوب: $\lim_{س \to 1} \frac{(س^٢ ه(٣س))^٢ - ٤}{س - ١}$ ⇐ صفر بالتعويض المباشر:

لوبيتال:

$$\lim_{س \to 1} \frac{٢(س^٢ ه(٣س)) \times (س^٢ ه'(٣س) \times ٣ + ٢س ه(٣س))}{١} - \text{صفر}$$

(علامتان على الاستلام)

نعوض $س = ١$:

$٢ (١ ه(٣)) (٣ ه'(٣) + ٢ ه(٣))$

$٢ \times ٢ (١٢ + ٢ \times ٢) = ٤ \times ٧ = \boxed{٢٨}$

(علامة)

السؤال الرابع :

أ) (علامتان لكل فرع)

١	٢	٣	
٧-١٦-ع	{٠ ، ٤}	٢٠	

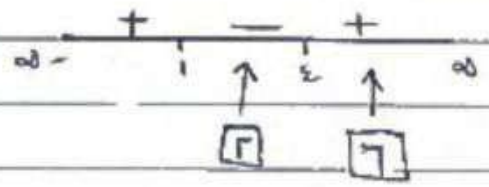
ب) د(س) كثير حدود ، د(-س) متصل وقابل للاستقام على ح (٧ علامات)

لها ماس افقي عندما س = ٢ ، ٦ : ق(٢) = صفر ، ق(٦) = صفر (علامتان)

ق(س) متزايد عندما س < ١ و س > ٤ : ق(س) > ٠ في تلك الفترة. على تغيير المعطيات.

ق(س) متناقص عندما ١ < س < ٤ : ق(س) < ٠ في تلك الفترة.

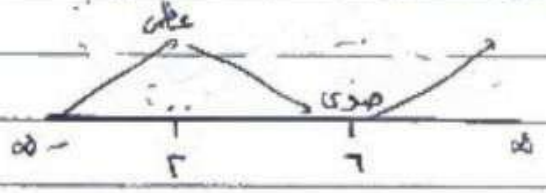
إشارة ق(س) : (علامة)



نستخدم اختبار المشتقة الثانية:

ق(٢) = صفر ، ق"(٢) سالب ∴ د(٢) عظمى محلية (علامتان)

ق(٦) = صفر ، ق"(٦) موجب ∴ د(٦) صغرى محلية



⟸ د(س) متزايد في]-∞ ، ٢] ∪ [٦ ، ∞[(علامتان)

د(س) متناقص في [٢ ، ٦]

جـ) ٩ - ص² + ١٦ هـ² = ٥٢ (٧ علامات)

المماس يوازي المستقيم ٩س - ٨ص = ١ ⟸ ص = ٩/٨ س - ١/٨

ميل المماس = ميل المستقيم = ٩/٨ (علاقة)

ص = ٩/٨

∴ ٩ - ص² + ١٦ هـ² = ٥٢

(علاقة) ١٨ س + ٣٢ هـ ق = صفر

(علاقة) (تعويض) ١٨ س + ٣٢ هـ × ٩/٨ ص = صفر

١٨ س + ٣٦ هـ ص = صفر

س + ٢ هـ ص = صفر

(علاقة) س = -٢ هـ ص

بتعويض س = -٢ هـ ص في ٩ - ص² + ١٦ هـ² = ٥٢

٩ (-٢ هـ ص)² + ١٦ هـ² ص² = ٥٢ (علاقة)

٣٦ هـ² ص² + ١٦ هـ² ص² = ٥٢

هـ² ص² = ١ ⟸ ص = ± ١

عندما ص = ١ ⟸ س = -٢ (علامتان)

عندما ص = -١ ⟸ س = ٢

∴ النقط (-٢ ، ١) ، (٢ ، -١)

* السؤال الخامس: (20علامة)

ص ١)

١	٢	٣	(علامتان لكل فرع)
٢ ثانية	صفر	-٤٫٥	

ص ب)

$$\text{حا}^{٦}(٣س) = (١ - \text{ص}^{٢})^{٦}$$

نفاضل:

$$٢\,\text{جا}٣س\,\text{جتا}٣س \times ٣ \times ٦(١ - \text{ص}^{٢})^{٥} \times -٢\text{ص}\,\text{ص}'$$ (٣علامات على الاشتقاق)

نجعل ٢ ص ص' لوحدها:

$$٢\,\text{ص}\,\text{ص}' = \frac{٦\,\text{حا}^{٣}٣س\,\text{جتا}٣س}{-٦(١ - \text{ص}^{٢})^{٥}}$$ (علامة)

$$٢\,\text{ص}\,\text{ص}' = \frac{\text{حا}^{٣}٣س\,\text{جتا}٣س}{-(١ - \text{ص}^{٢})^{٥}}$$ ← من العلاقة الأصلية: $\text{حا}^{٦}٣س = (١ - \text{ص}^{٢})^{٦}$

$$\frac{\text{حا}^{٣}٣س}{١ - \text{ص}^{٢}} = (١ - \text{ص}^{٢})^{٥}$$

$$٢\,\text{ص}\,\text{ص}' = \frac{\text{حا}^{٣}٣س\,\text{جتا}٣س}{-\dfrac{\text{حا}^{٣}٣س}{١ - \text{ص}^{٢}}}$$ (علامتان على الوصول الى الطرف الأيسر)

$$٢\,\text{ص}\,\text{ص}' = -(١ - \text{ص}^{٢}) \times \frac{\text{جتا}٣س}{\text{حا}٣س}$$

$$٢\,\text{ص}\,\text{ص}' = (\text{ص}^{٢} - ١)\,\text{ظتا}٣س$$

وهو المطلوب

ص ح) أحد أقصر مسافة بين النقطة (٠، ٦) ومنحنى العلاقة $س^2 - ص^2 = 16$

نفرض أن النقطة $(س، ص)$ تقع على $س^2 - ص^2 = 16$ (٧ علامات)

$ف = \sqrt{(٠ - س)^2 + (٦ - ص)^2}$ (علاقة)

$ف = \sqrt{س^2 + ٣٦ - ١٢ص + ص^2}$

لكن $س^2 = 16 + ص^2$ (علاقة)

$ف = \sqrt{16 + ص^2 + ٣٦ - ١٢ص + ص^2}$ (علاقة على كتابة ف بمتغير واحد)

$ف = \sqrt{٢ص^2 - ١٢ص + ٥٢}$

$ف' = \frac{٤ص - ١٢}{٢\sqrt{٢ص^2 - ١٢ص + ٥٢}}$ (علاقة)

$ف' = ٠ \Leftarrow ٤ص - ١٢ = ٠$ ∴ $\boxed{ص = ٣}$ (علاف)

$ف'$: $-$ عند $ص = ٣$ $+$ (علاقة) أقصر مسافة تكون

أقصر مسافة $= \sqrt{٢(٣)^2 - ١٢ \times ٣ + ٥٢} = \sqrt{١٨ - ٣٦ + ٥٢} = \sqrt{٣٤}$ وحدة

(علاقة)

× السؤال السادس : (20 علامة)

	١	٢	٣	(علامتان لكل فرع)
أ	٢	ق(ج) قيمة عظمى محلية	قيمة عظمى محلية	

ب) نجد معادلة المماس لمنحنى ق(س) = $-س^2 + 4س + 1$ عند (٢، م) : (٧ علامات)

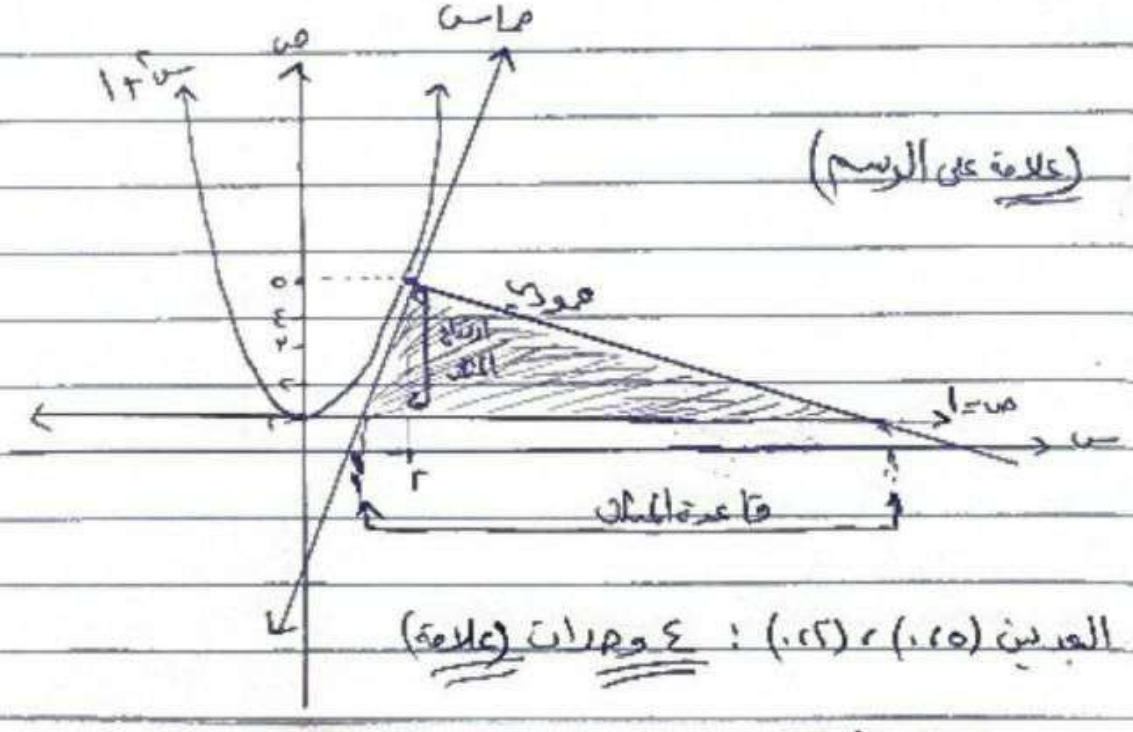
م = ق(٢) ⟹ ق(س) = $-2س + 4$ ، $\boxed{م = 4}$

معادلة المماس : ص − ٥ = ٤(س − ٢) (علامة على معادلة المماس)

$\boxed{ص = 4س - 3}$

ميل العمودي = $-\frac{1}{4}$ (علامة على معادلة العمودي)

معادلة العمودي : ص − ٥ = $-\frac{1}{4}$(س − ٢) ⟹ $\boxed{ص = -\frac{1}{4}س + \frac{11}{2}}$



نرسم : (علامة على الرسم)

ونحدد المثلث وأبعاده

ارتفاع المثلث: البعدين (٥، ٢)، (١، ٢) : ٤ وحدات (علامة)

قاعدة المثلث = البعدين نقطة تقاطع المماس مع ص = ١ و نقطة تقاطع العمودي مع ص = ١

٤س − ٣ = ١ ⟹ س = ١ ⟹ (١، ١) (تقاطع المماس مع ص = ١)

$-\frac{1}{4}س + \frac{11}{2} = 1$ ⟹ س = ١٨ ⟹ (١٨، ١) (تقاطع العمودي مع ص = ١) (علامتان على طول القاعدة)

∴ القاعدة = ١٧ وحدة

مساحة المثلث = $\frac{1}{2} \times 17 \times 4 = 34$ وحدة مربعة (علامة)

س ٦ ب) ق(س)، ك(س) كثيرا حدود (٧ علامات)
ق(س)، ك(س) موجبان دائمًا

ق(ب) = صفر (لأن لـ ق(س) قيمة صغرى عندما س = ب)
ق''(ب) موجب (" " " " ") (اختبار المشتقة الثانية)

ك'(ب) = صفر (لأن لـ ك(س) قيمة صغرى عندما س = ب)
ك''(ب) موجب (" " " " ") (اختبار المشتقة الثانية)

(ق × ك)(س) متصل وقابل للاشتقاق على ح لأنه كثير حدود (علامة)

(ق × ك)'(س) = ق(س) × ك'(س) + ق'(س) × ك(س) (علامة)

(ق × ك)'(ب) = ق(ب) ك'(ب) + ق'(ب) ك(ب) (علامة)
صفر + صفر
(ق × ك)'(ب) = صفر

∴ نستخدم اختبار المشتقة الثانية عندما س = ب :

(ق × ك)''(ب) = ق(ب) ك''(ب) + ق'(ب) ك'(ب) + ق''(ب) ك(ب)

= ⊕ × ⊕ + صفر + صفر + ⊕ × ⊕ (علامة)

= ⊕ + ⊕ (علامتان على التعويض)
= ⊕

∴ (ق × ك)''(ب) مقدار موجب ∴ عندما س = ب يوجد قيمة صغرى محلية.

(علامة)